

223 | 1968

SCHRIFTENREIHE SCHIFFBAU

Dipl.-Ing. S. Kastner

Analyse von natürlichem Modellseegang

TUHH

Technische Universität Hamburg-Harburg

ner vier Kurven entnimmt man für „PT 50“ ($D = 65 \text{ t}$) $H = 1,3 \text{ m}$ für achterliche Wellen, was sich aus den Rechnungen des Verfassers als obere Grenze ergibt. Da dieses Diagramm von Lacey keine Rücksicht auf Fr-Zahl und Austauschung nimmt, liest man für „H. S. Denison“ mit 95 t nur $1,5 \text{ m}$ als zulässige Wellenhöhe ab. Dieser Wert liegt nahe der unteren Grenze der berechneten Wellenhöhe von $1,3 \text{ m}$.

In achterlichen Wellen ist die zulässige Wellenhöhe von „H. S. Denison“, bedingt durch die verschiedenen Fr-Zahlen, stärker als im Verhältnis der Austauschhöhen gegenüber „PT 50“ verbessert. Verglichen mit der Austauschhöhe des „Denison“-Bootes von $a = 1,3 \text{ m}$ befindet sich der Kielpunkt des Bugflügels relativ nahe dem Wasserspiegel ($1,2 \text{ m}$), und deshalb ist es vorgekommen, daß der ganze Bugflügel aus den Wellen herausprang.

4.2.3. Beschleunigungen

Der eben erwähnte Vorfall ist natürlich mit starken senkrechten Beschleunigungen, vor allem im vorderen Bootsteil, verknüpft. Fall 4 der Tabelle 2 lehrt, daß mittellange Wellen von nur $0,55 \text{ m}$ Höhe bei „H. S. Denison“ bereits Schwerpunktsbeschleunigungen von $p_{GZ} \pm 0,15 \text{ g}$ erzwingen, wozu bei „PT 50“ $H = 0,3 \text{ m}$ genügt. Wesentlich größere Wellen können bei der Fahrt gegen $120/125 \text{ m}$ lange Wellen bewältigt werden, wobei die Höhen $H = 3,0/3,2 \text{ m}$ bei beiden Booten nahezu gleich sind. In bezug auf die Beschleunigungen wirken sich die Fr-Zahlen $1,4/2,2$ umgekehrt wie bezüglich den Tauchschwingungen aus.

Wollte man in mittellangen steilen Wellen die Austauschhöhen der Boote ausnutzen, so verdoppelte sich p_{GZ} bei „PT 50“

($\pm 0,30 \text{ g}$) und verdreifachte sich bei „H. S. Denison“ ($\pm 0,45 \text{ g}$, Fall 5). Die von R. Lacey für die Fahrt gegen die See angegebenen Wellenhöhen liegen zwischen den berechneten Werten der Fälle 1 bis 3.

Beschleunigungsmessungen über dem Bugflügel von „PT 50“ ergaben in $30\text{—}40 \text{ m}$ langen und im Mittel 2 m hohen Wellen Einsetzen des Bootskörpers nicht berücksichtigt wurden. Dieser Betrag von $\pm 0,8 \text{ g}$ erscheint hoch, wird jedoch von Gleitbooten ähnlicher Fr-Zahl bis zum zehnfachen Wert überboten. Die Messungen von „PT 50“ bestätigen, daß die Beschleunigungen bei der Fahrt gegen die See im allgemeinen größer als mit der See sind.

Wenn man die Unsicherheit der Seegangsschätzung, die Vereinfachungen der Theorie und die Abweichungen der Boots- und Flügelparameter zwischen Theorie und Großausführung in Betracht zieht, kann man die Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten der Seefähigkeit von Tragflügelbooten als befriedigend bezeichnen.

Weitere Verbesserungen an der Großausführung lassen sich durch Stabilisierungshilfen erzielen. Damit erhöht sich nach Lacey, letzte Zeile der Tabelle 2, die zulässige Wellenhöhe je nach der Wellenrichtung um $1/3$ bis $2/3$. Das gilt in unserem Falle der symmetrischen Schwingungen vor allem für die am Heckflügel angreifende Stampfstabilisierung, deren vorzügliche Wirkung der Verfasser im Februar 1964 während einer Demonstrationsfahrt mit „H. S. Denison“ in grober See vor Miami beobachten konnte.

(Eingegangen am 14. 11. 1966)

Analyse von natürlichem Modellseegang

Dipl.-Ing. S. Kastner

Für Stabilitätsuntersuchungen von Schiffen im Seegang wurde auf Anregung von Roden der Weg beschritten, Modellversuche in natürlichem Seegang durchzuführen [3] bis [8]. Dazu ist es notwendig, den Seegang als erregende Größe meßtechnisch zu erfassen und in geeigneter Weise für die weitere Behandlung darzustellen. Es sollen in dieser Arbeit die Überlegungen gebracht werden, die zum Bau eines speziellen Analysators führten. Weiterhin wird das entwickelte Gerät beschrieben und ein Beispiel eines Ergebnisses gezeigt.

I. Aufgabe

Natürlicher Seegang entsteht an der Wasseroberfläche durch Einwirkung von Wind, im wesentlichen abhängig von der Windgeschwindigkeit w , der Dauer der Windeinwirkung d und der Länge der Windbahn über Wasser F . Er läßt sich mit einer Funktion $\zeta = \zeta(x, y)$ für einen bestimmten Zeitpunkt beschreiben.

Diese Darstellung ergibt sich bei einer räumlichen Fixierung des Seegangsbildes zu einem bestimmten festen Zeitpunkt t_0 , etwa durch eine stereofotogrammetrische Aufnahme. Es sind derartige Seegangsregistrierungen auf See durch Serien von Momentaufnahmen in zeitlicher Folge für meereskundliche und schiffbauliche Forschungen schon durchgeführt worden [9, 10]. Die Auswertung ist mühsam und für vorliegende Aufgabe wenig geeignet.

Die Darstellung $\zeta(x, y)$ entspricht also einer Momentaufnahme des Wellenbildes. Tatsächlich ändert sich das Bild stän-

dig, so daß als weiterer Parameter die Zeit t berücksichtigt werden muß und damit die allgemeine Form der Seegangsfunktion zu $\zeta(x, y, t)$ wird. Am einfachsten wird nun die Messung der sog. Seegangsfunktion ζ über der Zeit an einem festen Punkt (x_0, y_0) , in der Form $\zeta(x_0, y_0, t) = \zeta(t)$.

Für den vorliegenden Modellseegang läßt sich wegen der im Vergleich zum maritimen Seegang entsprechend geringeren Wellenlängen und Wassertiefen gut eine Wellenonde an einem feststehenden Mast verwenden. Diese Meßmethode am Wellenpfehl ist besonders gut für geringe Wassertiefen bis zu etwa 25 m geeignet. Bei bisherigen Versuchen auf dem Großen Plöner See wurde an einem Punkt mit etwa 10 m Wassertiefe gemessen [3, 11]. Auch in flachen Küstengewässern läßt sich noch eine Pfehlsonde verwenden. Für Seegangsmessungen auf dem Meere ist dies wegen der größeren Wassertiefe nicht mehr möglich. Man wendet daher meist Druck- und Beschleunigungsmessungen auf Schiffen [12] oder Bojen [13, 14] zur Erfassung des Seegangs an. Es sind jedoch auch hier direkte Messungen der Seegangsfunktion $\zeta(t)$ mit Hilfe der Sondenmethode denkbar, falls man der Sonde ohne Grundberührung eine entsprechende Fixierung gegenüber dem Horizontsystem verschaffen kann. Darauf soll jedoch in diesem Rahmen nicht näher eingegangen werden.

Durch die elektrische Sondenmessung erhält man nun die Schwankungen der Wellenordinate an einem festen Punkt im Seegebiet als Spannungsschwankung $u_W(t) \propto \zeta(t)$, die über Kabel an Land geführt und dort aufgezeichnet werden kann.

Auf See würde eine drahtlose Übertragung über Funk erforderlich werden und damit den Aufwand erhöhen.

Eine solche Registrierung von ζ an einem festen Punkt im Seegebiet über der Zeit t , etwa mit einem Schleifenzillographen, liefert das Bild eines unregelmäßigen Seegangs, aus dem sich in dieser Form nur schwer allgemeine Aussagen über die anteiligen Frequenzen, Amplitudenverteilungen oder den Energieinhalt der Wellen machen lassen. Eine statistische Auswertung der Registrierungen kann jedoch kennzeichnende Werte liefern. So läßt sich Seegang durch Transformation der Seegangsfunktion $\zeta(t)$ im Zeitbereich als Spektralfunktion $S_{\zeta}(f)$ im Frequenzbereich darstellen. Mit dem sog. Seegangsspektrum $S_{\zeta}(f)$ erhält man weitgehende statistische Informationen über

- die Frequenzen im Seegang
- die Leistungsverteilung auf die jeweiligen Frequenzen
- die Frequenz maximaler Leistungsdichte
- den gesamten Leistungsinhalt des Seegangs.

Es wurde nun eine Anlage entwickelt, welche die als elektrische Spannung anfallende Seegangsfunktion $\zeta(t)$ sofort am Meßort elektrisch weiterverarbeitet und das Spektrum $S_{\zeta}(f)$ liefert, so daß die Aufzeichnung von $\zeta(t)$ wie auch eine spätere mühsame Analyse entfallen kann. Das erleichtert einestheils die Auswertung, erhöht aber insbesondere den Informationswert der Meßdaten, da ein Urteil über das vorhandene Spektrum sofort gefällt werden kann.

II. Mathematische Darstellung des Problems

Die mathematischen Zusammenhänge seien hier nur kurz angegeben, die strenge Ableitung und ausführliche Erklärung ist in ausreichendem Umfang im Schrifttum zu finden [15, 16, 17].

Die oben beschriebene Seegangsfunktion $\zeta(x, y, t)$ in ihrer allgemeinsten Form stellt einen regellosen Vorgang dar. Einen solchen Vorgang nennt man einen stochastischen Prozeß. Die jeweilige Aufzeichnung aller Werte, etwa der $\zeta(x, y, t_0)$ oder der $\zeta(x_0, y_0, t)$ läßt keine eindeutige Gesetzmäßigkeit erkennen. Betrachtet man jedoch die Werte in einem größeren Gebiet (X_m, Y_m) oder Zeitraum T_m und bildet irgendwie geartete statistische Mittelwerte, so gelten diese bei gleichen äußeren Bedingungen auch für ein anderes Gebiet (X_n, Y_n) oder einen anderen Zeitraum T_n .

Aus dem scheinbar regellosen Vorgang im kleinen Bereich ist also ein Vorgang mit festen Kennwerten in einem großen Bereich geworden. Ein solcher Vorgang heißt dann stationär, und wir setzen hier voraus, daß der Seegang im Meßgebiet und im Meßzeitraum ein solcher stationärer stochastischer Prozeß ist. Das bedeutet für die Zeitfunktion $Z(t)$, daß jede endliche Zeitverschiebung τ nichts an den statistischen Eigenschaften der Funktion ändert. So sind z. B. die Erwartungswerte verschiedener Funktionsabschnitte gleich:

$$E[\zeta(t)] = E[\zeta(t + \tau)]. \quad (1)$$

Der Seegang besteht nun in dem Gebiet XY aus Ordinaten-Schwankungen ζ , die zu jedem Zeitpunkt ein anderes Bild ergeben. Wiederum ergeben alle Punkte in der x - y -Ebene verschiedene Funktionen ζ_i über der Zeit t . Man wählt nun aus der Gesamtheit der Funktionen $\zeta_i(t)$ eine Funktion aus, die an einem bestimmten Punkt (x_0, y_0) des Seegebietes gemessen wird. Unter Anwendung des Ergoden-Theorems kann man nun sagen, daß eine Funktion $\zeta(t)$ die gleichen statistischen Informationen über den Seegang liefern kann wie die Funktion $\zeta(x, y)$, bildet man die statistischen Kennwerte nur über einen genügend langen, theoretisch unendlichen Zeitraum bzw. ein

genügend großes Gebiet. Entsprechende Erwartungswerte beider Funktionen sind dann gleich:

$$E[\zeta(X, Y)] = E[\zeta(t)] \quad (2)$$

wenn

$$E[\zeta(x, y)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \int_{-\infty}^{+\infty} P[\zeta(x, y)] w_2(x, y) dx dy \quad (3)$$

$$\text{und } E[\zeta(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} P[\zeta(t)] dt \text{ ist.} \quad (4)$$

Hierin bedeuten:

E Erwartungswert

P beliebige, absolut integrierbare Funktion von Z

w_2 2. Verteilungsdichtefunktion

$$w_2(x, y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} W(x, y)$$

W Verteilungsfunktion des Wellenfeldes $\zeta(x, y)$.

Die Messung des Seegangs an nur einem Punkt setzt also Ergodizität voraus. Das wollen wir hier in Übereinstimmung mit üblichen Seegangsuntersuchungen annehmen. Praktisch muß man sich mit endlichen Meßzeiten begnügen, und selbst diese sind in ihrer Größe sehr beschränkt, da sonst wegen Änderungen in der Windgeschwindigkeit usw. die Bedingung stationären Seegangs nicht mehr gegeben sein würde.

Unter den gemachten Voraussetzungen für den Seegang, also Vorliegen eines stationären stochastischen Prozesses in Form der Seegangsfunktion $\zeta(t)$, für die das Ergoden-Theorem gelten soll, genügt zur statistischen Beschreibung vom Standpunkt der mathematischen Statistik die sog. Autokorrelationsfunktion¹⁾:

$$\Phi_{\zeta\zeta}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \zeta(t) \cdot \zeta(t + \tau) dt, \quad (5)$$

Die Autokorrelationsfunktion besitzt die zwei wichtigen Grenzfälle für $\tau = 0$ und $\tau = \infty$:

$$\Phi_{\zeta\zeta}(0) = \overline{\zeta^2(t)} = E[\zeta^2(t)] \quad (6)$$

und

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Phi_{\zeta\zeta}(\tau) = \overline{\zeta(t)^2} = E[\zeta(t)^2] \quad (7)$$

d. h. für $\tau = 0$ ergibt sich der quadratische Mittelwert, für $\tau \rightarrow \infty$ ergibt sich der lineare Mittelwert zum Quadrat.

Aus der Autokorrelationsfunktion ergibt sich nach dem Theorem von Wiener und Chintschin das gesuchte Leistungsspektrum als Fourier-Transformierte, die sog. Leistungsdichtefunktion:

$$S_{\zeta\zeta}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\zeta\zeta}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = F\{\Phi_{\zeta\zeta}(\tau)\} \quad (8)$$

Umgekehrt gilt:

$$\Phi_{\zeta\zeta}(\tau) = F_{-1}\{S_{\zeta\zeta}(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\zeta\zeta}(f) e^{i\omega\tau} df, \quad (8a)$$

wo F_{-1} die Fourier-Rücktransformierte darstellt.

Das Leistungsspektrum ist in seinem informatorischen Gehalt der Autokorrelationsfunktion vollkommen gleichwertig. Es ist oft für den Ingenieur aber anschaulicher und auch für die vorliegende Seegangsbetrachtung ist diese Darstellung

¹⁾ Verstehen wir unter $\zeta(t)$ die Schwankung um den linearen Mittelwert, so nennt man diese spezielle Autokorrelationsfunktion $\Phi_{\zeta\zeta}(t)$ die Autokovarianzfunktion.

²⁾ Wir verwenden aus anschaulichen Gründen das Spektrum $S(f)$ statt des häufig auch benutzten $S(\omega)$, wobei gilt: $S(f) = 2\pi \cdot S(\omega)$ mit $\omega = 2\pi f$. Wir betrachten dann die Frequenz mit der in der Technik allgemein üblichen Dimension Hertz und nicht als Winkelweg pro Sekunde. Auch für den logischen Anschluß an die Laplace-Transformation ist diese Schreibweise nützlich.

üblich. Nun läßt sich das Spektrum nicht nur über den Weg der Autokorrelation bestimmen, sondern direkt aus der Definition des Leistungsspektrums:

$$S_{\zeta\zeta}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T |C(f)|^2 \quad (9)$$

wo
$$C(f) = \int_{-T/2}^{+T/2} \zeta(t) \cdot e^{-i\omega t} dt = F\{\zeta(t)\} \quad (10)$$

die Fourier-Transformierte des Vorgangs $\zeta(t)$ darstellt.

Es verhält sich also die Zeitfunktion $\zeta(t)$ zur Spektralfunktion $C(f)$ wie die Autokorrelationsfunktion $\Phi(\tau)$ zum Leistungsspektrum $S(f)$, wobei der Zusammenhang durch die Fourier-Transformation hergestellt wird. In beiden Fällen läßt sich das gleiche Leistungsspektrum als die spektrale Leistungsdichte des Vorganges, d. h. also die Verteilungsdichte der Leistung über der Frequenz f , berechnen. Damit liegt eine Darstellung für den Frequenzbereich vor, die aus dem Vorgang $\zeta(t)$ im Zeitbereich unter Verlust der Phaseninformation abgeleitet ist. Der Vorgang ist daher nicht umkehrbar, es läßt sich aus dem Spektrum $S_{\zeta\zeta}(f)$ nicht wieder die ursprüngliche Funktion $\zeta(t)$ entwickeln. Dafür liefert aber das Spektrum weitgehende und übersichtliche Informationen über statistische Kennwerte der regellosen Funktion $\zeta(t)$. Gelingt es, die Fourierkoeffizienten $C(f)$ zu bestimmen, so läßt sich daraus das Leistungsspektrum leicht berechnen. Aus Gleichung (10) für den komplexen Fourierkoeffizienten $C(f)$ lassen sich die Bestimmungsgleichungen für den entsprechenden Fourierkoeffizienten $a(f)$ und $b(f)$ entwickeln:

$$\begin{aligned} C(f) &= \int_0^T \zeta(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \\ &= \int_0^T \zeta(t) \cos \omega t dt - i \int_0^T \zeta(t) \sin \omega t dt \\ &= a(f) + i b(f). \end{aligned} \quad (11)$$

Damit ist also

$$a(f) = R\{C(f)\} = \int_0^T \zeta(t) \cdot \cos 2\pi f t dt \quad (12)$$

$$b(f) = -J\{C(f)\} = \int_0^T \zeta(t) \cdot \sin 2\pi f t dt. \quad (13)$$

Der Betrag des Spektralwertes $S_{\zeta\zeta}(f)$ ergibt sich dann zu

$$S_{\zeta\zeta}(f) = \frac{1}{\Delta f} \left| C(f) \right|^2 = \frac{1}{\Delta f} (a^2(f) + b^2(f)). \quad (14)$$

Im folgenden wird kurz zusammengestellt werden, welcher praktischer Möglichkeiten man sich zur Bestimmung des Leistungsspektrums bedient. Grundsätzlich ist die Verwendung jeder der obigen Beziehungen erlaubt, aber in praxi hängt die Wahl von den speziell vorliegenden Bedingungen ab, wie Frequenzbereich, anfallende Form des Vorgangs, Genauigkeitsforderungen und möglicher Aufwand usw. Wir werden sehen, daß für den vorliegenden Fall die Beziehungen (12), (13) und (14) die beste Realisierungsmöglichkeit bieten.

Nach der Parsevalschen Gleichung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T |C(f)|^2 df = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_{-T/2}^{+T/2} \zeta^2(t) dt \quad (15)$$

ist ein einfacher Zusammenhang zwischen der Fläche unter dem Spektrum und dem Effektivwert des Vorgangs gegeben.

Gleichung 15 besagt, daß das Nullmoment des Spektrums gleich dem Zentralmoment 2. Ordnung der Seegangsfunktion ist:

$$m_0\{S_{\zeta\zeta}(f)\} = m_2\{\zeta(t)\}. \quad (15a)$$

Da für reelle Zeitfunktionen $Z(t)$ das Spektrum $S(f)$ eine gerade Funktion der Frequenz ist, integrieren wir, wie im

technischen Bereich üblich, nur über die positiven Frequenzen. Wir können dann schreiben:

$$m_0\{S_{\zeta\zeta}(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\zeta\zeta}(f) df = 2 \int_0^{\infty} S_{\zeta\zeta}(f) df = 2R.$$

Mit
$$m_2\{\zeta(t)\} = E\{\zeta^2(t)\} = \zeta_{\text{eff}}^2$$

erhalten wir

$$\int_0^{\infty} S_{\zeta\zeta}(f) df = R = \frac{1}{2} \zeta_{\text{eff}}^2. \quad (16)$$

Gleichung (16) erlaubt uns über die Messung des quadratischen Mittelwertes der Zeitfunktion eine Eichung des Analysators.

III. Praktische Analyse des natürlichen Seegangs

Die zu untersuchenden Wellen an einer Wasseroberfläche sind sog. Schwerewellen, deren Kreisfrequenz ω mit ihrer Länge L_W durch die Beziehung

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{2\pi \cdot g}{L_W}} \quad (17)$$

verbunden ist [18, 19]. Die auf 2π bezogene Kreisfrequenz ist in Bild 1 in Abhängigkeit von der Wellenlänge L_W dargestellt.

Für die Stabilitätsuntersuchungen an Schiffmodellen im Seegang werden kennzeichnende Wellenlängen von etwa gleich Modelllänge bevorzugt:

$$\frac{L_M}{L_W} \approx 1. \quad (18)$$

Die bisher untersuchten Modelle sind zwischen 2 und 3 m lang. Es sind auch größere Modelllängen für diesen Zweck denkbar, um den Maßstabsfaktor zu verkleinern und um mehr Einbauten gewichtsmäßig unterzubringen. Es sei hier angenommen, daß die kennzeichnenden Wellenlängen im Bereich von $1 \text{ m} \leq L_W \leq 10 \text{ m}$ durch die Analysiereinrichtung erfaßt werden sollen, denn auch Versuche mit Verhältnissen $L_M/L_W \neq 1$ sind interessant. Dem würde nach Bild 1 ein Frequenzbereich von etwa $1,25 \geq f \geq 0,4 \text{ Hz}$ entsprechen. Da auch noch

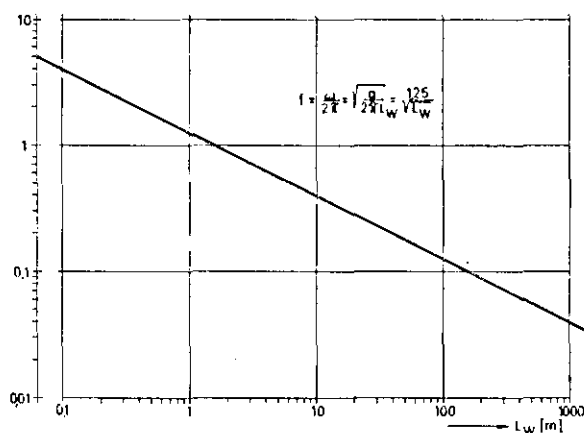


Bild 1 Wellenfrequenz über der Wellenlänge bei Schwerewellen (doppelt-logarithmische Darstellung)

andere benachbarte Komponenten im Seegang enthalten sind, empfiehlt es sich zu ihrer Erfassung den Bereich noch etwas auszudehnen. Wir legen als erwünschten Frequenzbereich des Analysators fest

$$1,5 \text{ Hz} \geq f \geq 0,25 \text{ Hz} \quad (19)$$

entsprechend einem Wellenlängenbereich von etwa

$$0,7 \text{ m} \leq L_W \leq 25,0 \text{ m}. \quad (19a)$$

einer Großrechenanlage zugeführt werden. Auf keinen Fall hat man ein Bild über den Seegang in kurzer Zeit noch während der Versuchsdurchführung vorliegen. Auch digitale Kleinrechner für solche spezielle Rechenaufgaben sind auf dem Markt, scheiden jedoch aus Kostengründen aus.

Allen bisher beschriebenen Verfahren ist gemeinsam, daß sie nicht gleich am Meßort ein Bild über das Spektrum des auf dem Versuchsgewässer herrschenden Seegangs liefern können. Dies ist aber zur Durchführung der Modellversuche notwendig. Nur die interessierenden statistischen Kennwerte des Seegangs, wie Spektrum und verschiedene Mittelwerte, werden festgehalten.

2. Elektro-mechanisches Verfahren

Die Fourierkoeffizienten der Seegangsfunktion $\zeta(t)$ werden gemäß den Gleichungen (12) und (13) in einem elektro-mechanischen System gebildet. Der Blockschaltplan in Bild 5 zeigt den prinzipiellen Aufbau des Analysators. Die als modulierte Gleichspannung anfallende Seegangsfunktion wird sogleich elektrisch weiterverarbeitet. Die Produktbildung des Integranden geschieht über sin-cos-Potentiometer, die sich mit der jeweiligen Filterfrequenz drehen; die Integration erfolgt über geeignete RC-Schaltungen.

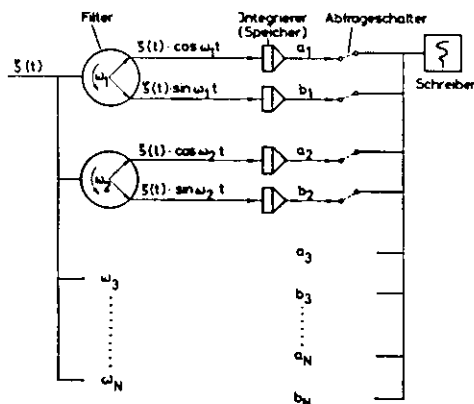


Bild 5 Blockschaltplan des elektro-mechanischen Analysators

Durch parallele Anordnung aller zur genügenden Auflösung des Spektrums erforderlichen Filter verschiedener Frequenz kann die Speicherung von $\zeta(t)$ wegfallen. Die Fourier-Koeffizienten werden über einen umlaufenden Schalter der Reihe nach von Speicherplätzen abgefragt und mit einem Kompensationsschreiber aufgezeichnet. Bei Verwendung relativ einfacher elektrischer Bauelemente kann der Aufwand in Grenzen gehalten werden.

Bei einem elektro-mechanischen Analysator handelt es sich also um einen speziellen Analogrechner. Für viele Aufgaben ist die Genauigkeit der analogen Technik ausreichend. Falls man die Genauigkeitsanforderungen der Aufgabe gemäß sinnvoll mit der Preiswürdigkeit einer Anlage abwägt, bleibt auch heute noch der analogen Anwendung ein weites Feld. Allerdings darf die Zahl der Übertragungsstufen ein vertretbares Maß nicht übersteigen, und es muß im einzelnen sehr auf die Beschränkung von Übertragungsfehlern geachtet werden. Solche Fehler sind hier durch Auswahl der Bauelemente und durch Schaltungsmaßnahmen auf ein zulässiges Maß herabgedrückt worden. Darauf wird im folgenden näher eingegangen. Statistische Fehler, die sich von der Theorie her wegen praktisch endlicher Integrationszeiten und der praktischen möglichen Auflösung des Spektrums ergeben, werden hier nicht allgemein betrachtet. Dazu soll auf das einschlägige Schrifttum verwiesen werden [23 bis 26].

IV. Beschreibung des elektro-mechanischen Analysators

1. Elektrischer Aufbau

Am Eingang liegt die zu analysierende Meßspannung, in diesem Falle die Seegangsfunktion $\zeta(t)$. Die Eingangsspannung u setzt sich aus einer Gleichkomponente u_G und einer oszillierenden Spannung u_W zusammen. Um tatsächlich nur Schwankungen der Seegangsordinate $\zeta(t) = u_W$ auf die Potentiometer zu geben, wird die Gleichkomponente u_G durch eine Transistorschaltung kompensiert. Wichtig ist diese Kompensation wegen der notwendigen Fertigungstoleranzen der Potentiometerwicklung. Die durch Toleranzen bedingte Abweichung liefert Unsymmetrien der beiden parallelen Potentiometerzweige, über die die Meßspannung abfällt. Ist eine hohe Gleichspannungskomponente am Eingang vorhanden, so bedeutet dies, daß infolge der Unsymmetrie der auf dem einen Zweig zu- oder abgeführte Anteil an Ladespannung beim Durchlaufen des Schleifers durch den anderen Zweig nicht wieder ausgeglichen wird. Wegen der Integration über relativ große Zeiträume würde die Summierung des Gleichstromanteils den Meßwert unbrauchbar machen. Zusätzlich werden die Unsymmetrien durch in Reihe gelegte Trimmwiderstände, die den Mittelabgriff auf das mittlere Potential schieben können, fast kompensiert, um die Fehler herabzudrücken.

Die Potentiometer besitzen eine Drahtwicklung, deren Widerstandsverlauf über dem Drehwinkel einer sin-Funktion entspricht (s. Bild 6).

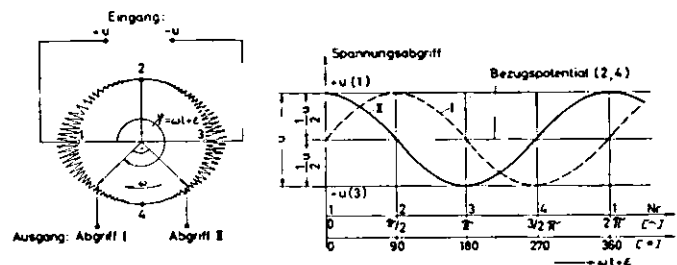


Bild 6 Funktion der Potentiometer für Sinus- und Kosinusabgriff

Zwei Schleifer sind unter einem Winkel von 90° gegeneinander angeordnet. Der Spannungsabgriff über den ersten Schleifer liefert nun in einer bestimmten Stellung φ den entsprechend der sin-Wicklung abgefallenen Wert der Eingangsspannung u_W , also das Produkt $u_W(t) \sin \varphi$. Da der Kosinus sich als phasenverschobener Sinus darstellen läßt,

$$\cos \varphi = \sin(\varphi + \pi/2), \quad (20)$$

liefert zur gleichen Zeit der zweite Schleifer das Produkt $u_W \cos \varphi$. Läßt man nun das Potentiometer mit einer Winkelgeschwindigkeit ω umdrehen, so wird zu jedem Zeitpunkt t der Abgriff bei dem Winkel $\varphi = \epsilon + \omega t$ erfolgen, wenn ϵ die Anfangsphase des Potentiometers darstellt. Die beiden Abgriffe liefern also die jeweiligen Momentanwerte der Produkte

$$\zeta(t) \cdot \sin(\omega t + \epsilon) \text{ und } \zeta(t) \cdot \cos(\omega t + \epsilon).$$

Die Anfangsphase ϵ zu Beginn der Integration, d. h. die Stellung des Schleifers auf dem Potentiometerumfang, ist rein willkürlich. Die relative Häufigkeit der Phasen ist von 0 bis 2π konstant, d. h. alle Phasen sind gleichwahrscheinlich. Das gilt dann auch für den Phasenrest bei begrenzter Integrationszeit:

$$0 < (\omega T + \epsilon - n \cdot 2\pi) < 2\pi.$$

Mit größer werdender Integrationszeit wird der prozentuale Anteil des Phasenrestes am Gesamtwinkel immer geringer (max. ca. 2%). Praktisch treten aber auch alle anderen Phasenreste mit geringeren prozentualen Anteilen ebenso häufig auf, so daß der Einfluß der Phase gering ist.

Wichtig dagegen ist eine genaue und möglichst verlustlose Speicherung und Abfrage der Integrationswerte. Die Integration und Speicherung erfolgt durch Aufladung von Kondensatoren über Vorwiderstände.

Die Forderung, bei der Abfrage einen Wert zu erhalten, der dem integrierten Wert direkt proportional ist, erfordert eine lineare Kennlinie des Speichers. Dies ist für den verwendeten Kondensator nur im unteren Bereich seiner Kennlinie gegeben, Bild 7. Die Abweichung unseres praktischen Speichers von der idealen Kennlinie ist

$$\frac{\Delta Q}{C \cdot U_0} = \frac{t}{\tau} - 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (21)$$

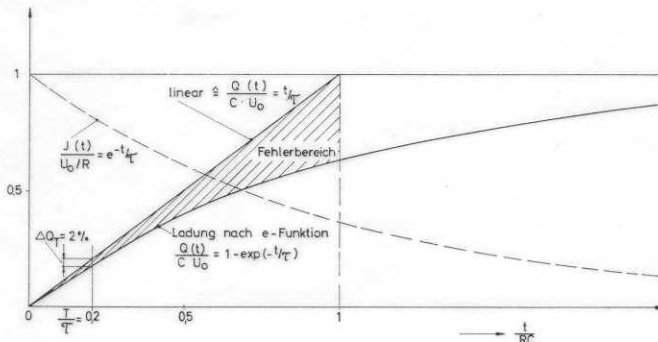


Bild 7 Ladekennlinie der Integrationsspeicher

Die Größe t sei eine beliebige Integrationszeit, die wir für das Gerät zu einem festen Wert T gewählt haben, definiert durch die Dauer eines Abfragezyklus. τ stellt hier die sog. Zeitkonstante dar, die sich aus R und C ergibt zu $\tau = RC$ [sec]. Um im linearen Kennlinienbereich der Speicher bei ausreichendem Potential für die Meßwerte zu liegen, muß eine hohe Zeitkonstante angestrebt werden. Es sind jetzt 40 Speicher mit je 1200 sec im Gerät enthalten. Es wurden Kondensatoren von 24 μF und Widerstände von 50 M Ω verwendet. Die Widerstände lassen sich über in Reihe geschaltete Potentiometer um ca. $\pm 5\%$ abgleichen, um eine einheitliche Zeitkonstante für alle Speicherplätze zu erreichen und Verzerrungen der Meßwerte zu vermeiden. Die Abfrage der einzelnen Kondensatorspeicher erfolgt nacheinander, um nur eine Schreibspur zu benötigen, während bei gleichzeitiger Abfrage etwa 40 Spuren erforderlich wären, was einen unzumutbar hohen Aufwand bedeuten würde. Grundsätzlich müßte nun so lange, bis die Daten aller Speicher mit einer Schreibspur aufgezeichnet sind, da ja die Analyse nicht unterbrochen werden soll, die Speicherung in einem zweiten Satz Kondensatoren erfolgen. Beide Speichersätze würden dann abwechselnd abgefragt. Neben dem Aufwand für einen zweiten Speichersatz würde das bedeuten, daß die Kondensatoren verschieden lange Zeit ihre Ladung halten müssen, bis sie abgefragt werden können. Für die letzten Kondensatoren würden sich unzulässig große Leckverluste nicht vermeiden lassen. Es wurde daher ein fortlaufender Betrieb mit nur einem Speichersatz vorgesehen. Ist ein Speicher abgefragt und gelöscht, steht er sofort wieder für die Ladung zur Verfügung. Das bedingt allerdings eine Zeitverschiebung der einzelnen Komponenten zueinander während eines Abfragezyklus, in schematischer Form in Bild 8 dargestellt. Für jedes Filter mit der Frequenz f_n ist die Integrationszeit T konstant. Führt man die Analyse laufend fort, so lassen sich durch einfache Mittelwertbildung leicht die Spektren für längere Zeiträume von etwa 10 bis 20 Minuten ermitteln, also für Zeiten, die praktisch ausreichend zur Bildung statistischer Mittelwerte sind. Ist m die Zahl der ohne Unterbrechung ablaufenden Analyse-Zyklen und T die Zeit für einen Zyklus, so wird der Anteil der Zeitverschiebung zwischen Anfangs- und Endabfrage

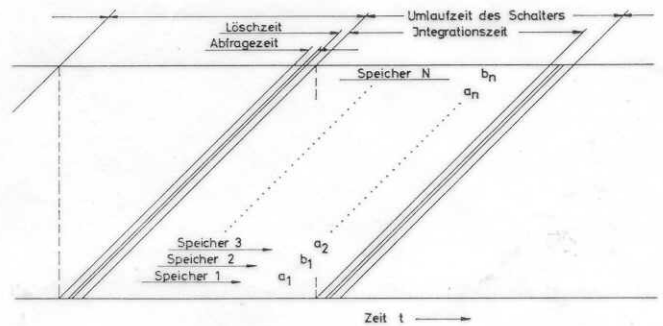


Bild 8 Schematische Darstellung des Abfragezyklus

$$\frac{T}{m \cdot T} = \frac{1}{m} \quad (22)$$

betragen, d. h. bei 10 Durchläufen etwa 10 % der gesamten Integrationszeit. Man kann es so auffassen, daß man den jeweils fehlenden Zeitanfang am Ende der Gesamtanalyse entsprechend nachholt, so daß insgesamt für alle Filter die gleiche Integrationszeit herauskommt, allerdings mit der beschriebenen Phasenverschiebung. Für die statistische Ermittlung der Kenndaten scheint dieses Vorgehen zulässig.

Ein Integrationszyklus des Gerätes beträgt jetzt 4 Minuten, umschaltbar auf 2 Minuten. Kleinere Zeiten sind wegen der mindest erforderlichen Abfragezeit nicht günstig, größere würden die Genauigkeit der Speicher verringern. Mit diesen Werten liegt man praktisch in einem günstigen Bereich, wenn man zusätzlich bedenkt, daß im Modellbereich eine Zeitraffung für gleiche Informationsmengen erfolgt.

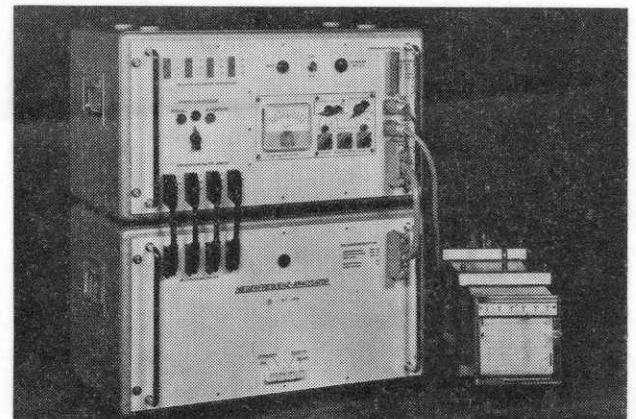


Bild 9 Ansicht des Analysators

Ein Programmschaltwerk ermöglicht über Drucktastenbedien-
ung vor und nach dem Meßbetrieb die selbsttätige Durchführung einer Eichung und Funktionskontrolle der Anlage, siehe in Bild 9 die Ansicht des Gerätes mit dem Kompensations-
schreiber.

2. Mechanischer Aufbau

Die Potentiometer sind mechanisch in Reihe geschaltet. Der Antrieb erfolgt am Potentiometer mit der größten Frequenz durch einen Synchronmotor. Von Potentiometer zu Potentiometer erfolgt eine Untersetzung von $i = 0,9$. Bezeichnet man die Frequenz des vom Motor angetriebenen schnellsten Potentiometers als obere Frequenz f_1 , so erhält man für die folgenden Potentiometer die jeweilige Frequenz nach der Beziehung

$$f_n = f_1 \cdot i^{n-1}, \quad (23)$$

wenn n die Ordnungszahl der Potentiometer ist, da jede der Zahnraduntersetzungen die Drehzahl um den Faktor 0,9 ver-

mindert. In der gebauten Ausführung mit 18 Potentiometern bedeutet das eine 17malige Untersezung der Anfangsdrehzahl des ersten Potentiometers. Der erfaßte Frequenzbereich ist dann

$$\frac{f_1}{f_{18}} = i^{-17} = 6,006. \tag{24}$$

Trägt man die durch die gewählte Zahnradübersetzung sich ergebenden Filterfrequenzen über der Ordnungszahl der Potentiometer auf, so ergibt sich bei logarithmischer Darstellung eine Gerade, siehe Bild 10.

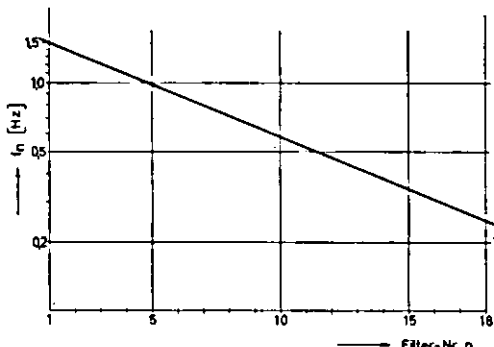


Bild 10 Filterfrequenz über der Ordnungszahl der Filter

Mit diesem Getriebe erreichen wir zu niedrigeren Frequenzen hin eine enger werdende Filterteilung, und zwar logarithmisch gestaffelt. Dann ist bei Darstellung des Spektrums über dem Logarithmus der Frequenz eine äquidistante Teilung vorhanden. Auf diese Weise ist ein gemeinsamer Antrieb für alle Potentiometer gefunden, der zudem eine günstige Überdeckung (zu niedrigeren Frequenzen hin immer mehr Meßpunkte) des zu analysierenden Frequenzbereichs liefert.

Die Antriebsdrehzahl des Potentiometersatzes ist für den in Gleichung (19) angegebenen Bereich ausgelegt. Ein zusätzliches Umschaltgetriebe läßt den Frequenzbereich sehr bequem ändern. Zu hohen Frequenzen hin ist die Frequenz durch die Lebensdauer und Rauschfehler der Potentiometer begrenzt. Als höchste Teilkomponente ist 2 Hz möglich. Der Analysator ist für eine höchste Frequenz von 1,5 Hz ausgelegt. Zu tieferen Frequenzen (größeren Wellenlängen) hin ist der Einsatz des Analysators prädestiniert.

3. Übertragungsfunktionen der Filter

Es muß davon ausgegangen werden, daß natürlicher Seegang nicht ein diskretes, sondern ein kontinuierliches Spektrum besitzt. Hat man eine genügende Anzahl von Meßpunkten, die den erforderlichen Frequenzbereich überdecken, so ist der Verlauf der Spektraldichte hinreichend erfaßt. Es ist dann zulässig, die gesamte Kurve aus den Meßpunkten durch Ausstraken zu ermitteln.

Jedes der Analysierfilter mit der Kreisfrequenz f_n des Potentiometerschleifers liefert einen solchen Meßpunkt $S(f_n)$. Ein ideales Filter läßt nur eine bestimmte Bandbreite, diese aber unverzerrt durch, d. h. seine Übertragungsfunktion (Filterfunktion) lautet:

$$Y(i\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq f_1 \leq f \leq f_2 \\ 0 & 0 < f < f_1 ; f > f_2. \end{cases} \tag{25}$$

Leider ergibt nun ein praktisches Filter, hier durch ein Potentiometer realisiert, nicht einen exakten Ausschnitt bestimmter Bandbreite aus dem Spektrum oder einen Linienausschnitt, sondern der Filterfrequenz f_n benachbarte Frequenzen dringen ebenfalls durch, allerdings zu den Seiten in immer geringeren Prozentsätzen. In Bild 11 ist der Frequenzgang für unsere Filter dargestellt.

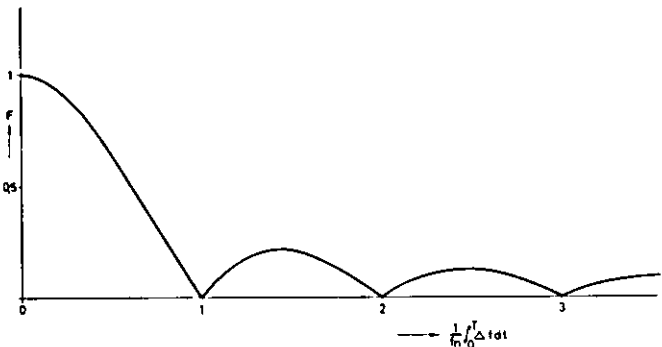


Bild 11 Filterfunktion der Potentiometer (theoretisch)

Für praktische Belange erreicht man jedoch am schnellsten eine Eichung über die in Gleichung (16) angegebene Parseval'sche Beziehung an Hand des gemessenen Effektivwertes der Seegangsfunktion. Dies ist möglich, da alle Filter die gleiche Integrationsdauer besitzen.

V. Durchgeführte Analysen

Es sind in den letzten Jahren Wellenmessungen und Analysen auf dem Großen Plöner See in Schleswig-Holstein durchgeführt worden. Die Ausdehnung des Sees beträgt in Längsrichtung maximal 7 km, in Querrichtung ca. 2 km. Binnengewässer dieser Größe haben sich für Messungen mit Schiffsmodellen in natürlichem Seegang als geeignet erwiesen. Nach entsprechender Anpassung und Erprobung des neuen Analysators erfüllte er vollauf die gesetzten Erwartungen. Während der Versuche auf dem See konnte sofort an Ort und Stelle der vorhandene Seegang an Hand des Schriebes der Fourier-Koeffizienten abgeschätzt werden. Bild 12 zeigt das Beispiel eines Analyseschriebes für einen Integrationszyklus. Ein Beispiel für eine erfolgte Aufstellung des Spektrums aus so geschriebenen Werten zeigt Bild 13.

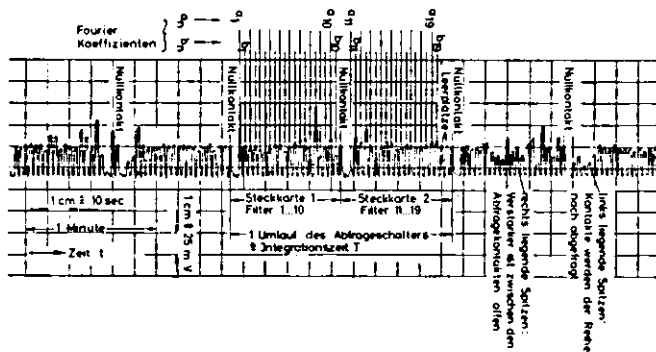
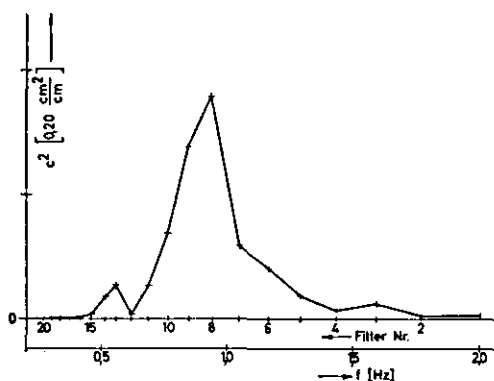


Bild 12 Beispiel eines Analyse-Schriebes (Auszug aus einem Schrieb, gemessen auf dem Großen Plöner See 1963)

Verschiedene Tests wurden mit Erfolg durchgeführt. Bild 14 zeigt das Ergebnis einer ca. halbstündigen Analyse der Werte eines Zufallsspannungsgenerators [28], im Vergleich dazu das vom Generator bei dieser Einstellung gelieferte theoretische Spektrum. Die Übereinstimmung kann als gut angesehen werden.

Eine Ergänzung des Gerätes ist vorgesehen, die hier kurz skizziert werden soll. Es ist möglich, die abgefragten Werte a_n , b_n über eine Rechenschaltung zu schicken, die sofort die gesuchten C_n^2 nach Gleichung (14) liefert. Auf dem Schreiber erscheint dann direkt das gesuchte Teilspektrum in 18 Stützstellen. Geeignete Analogelemente mit ausreichender Genauigkeit und kleinster Bauart werden von der Industrie angeboten.



Modell: M 2°
Datum: 9.8.1963
Uhrzeit: 11:00
Dauer d. Analyse: 7 min
Windgeschwindigkeit: 4,5 m/s
Windbahnlänge: 1,5 km
Wellenlänge: 2,5-3 m
Wellenhöhe: 15 cm
Schätzwerte nach Protokoll

Bild 13 Beispiel eines ermittelten Spektrums

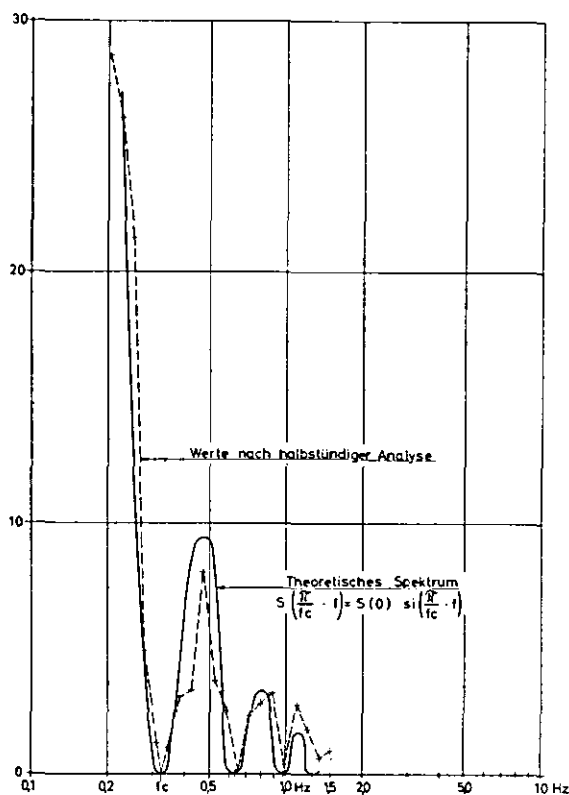


Bild 14 Analyse einer theoretischen Rauschspannung

Es steht jetzt für weitere Modelluntersuchungen in natürlichem Seegang ein im Prinzip erprobtes Analysiergerät zur Verfügung, das den Seegang als erregende Größe statistisch erfaßt und zu beurteilen gestattet. Damit ist die Aufgabe gelöst, für die statistische Auswertung der erregenden Größen

bei Seegangsversuchen mit Schiffsmodellen ein geeignetes Auswertegerät zur Arbeitserleichterung an die Hand zu geben.

Von Dipl.-Ing. S. Roden stammt die ursprüngliche Konzeption dieses Analysators, Elektro-Ing. R. Grundmann besorgte den elektrischen Aufbau der Anlage und H. Pöhlens entwickelte das Gerät in der jetzt vorliegenden Form. Dank gebührt der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die diese Arbeiten ermöglichte.

(Eingegangen im Januar 1967.)

Schrifttum

- [1] St. Denis und Pierson: On the Motions of Ships in Confused Seas. SNAME 1953, Vol. 61, S. 280/332.
- [2] Bartsch, H.: Statistische Methoden zur Untersuchung der Bewegungen eines Schiffes im Seegang. Schiffstechnik, 6. Band 1956, Heft 30, S. 1/8 und Heft 31, S. 85/92.
- [3] Kastner, S.: Kenterversuche mit einem Modell in natürlichem Seegang. Schiffstechnik Bd. 9, 1962, Heft 48, S. 161/64.
- [4] Roden, S.: Welche Ergebnisse liefern Kenterversuche mit Modellen? Schiffstechnik Bd. 8, 1962, Heft 48, S. 165/169.
- [5] Roden, S.: Modellversuche in natürlichem Seegang. Jahrbuch der STG, 56. Bd., 1962, S. 132/143.
- [6] Kastner, S.: Modellversuche in achterlichem Seegang mit Küstenmotorschiff „Lohengrin“. „Hansa“ 101, 1964, S. 121/217.
- [7] Wendel, K., Roden, S., und Kastner, S.: Studium der Bewegungen der Seeschiffe unter dem Einfluß von Seegang und Wind. Deutscher Beitrag zum Thema 2, Abschnitt II — Abteilung Seeschifffahrt — zum XX. Internationalen Schifffahrtskongress Stockholm 1965.
- [8] Wendel, K.: Bemessung und Überwachung der Stabilität. Jahrbuch der STG, 1965, S. 609/27.
- [9] Weinblum, G., und Block: Stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen. Jahrbuch der STG, 1936, S. 214/50.
- [10] Chase, J., Cote, L. J., Marks, W., Mehr, E., Pierson Jr., W. J., Rönne, F. C., Stephenson, G., Vetter, R. C., und Walden, R. G., 1957: The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained from the Stereo Wave Observation Project. New York Univ., Coll. Eng. Res. Divis. Techn. Rep. prepared for Off. Naval Res.
- [11] Roden, S., und Wegner, U.: Elektronische Wellenonde. Lehrstuhl Prof. Wendel, nicht veröffentlicht.
- [12] Tucker, M. J.: A Shipborne Wave Recorder. TINA No. 98, 1956, S. 236/50.
- [13] Walden, H., und Piest, J.: Vergleichsmessungen des Seegangs ... Einzelveröffentlichung Nr. 30 des Deutschen Wetterdienstes, Seewetteramt Hamburg, 1961.
- [14] Marks, W., und Tuckerman, R. G.: Splashnik, The DTMB Disposable Wave Buoy. Report No. 1423 des David Taylor Model Basin, Dezember 1960.
- [15] Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge. Statistische Verfahren für die Nachrichten- und Regelungstechnik. Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960.
- [16] Cramér, H.: Mathematical Methods of Statistics. Princeton University Press, 10. Auflage 1963.
- [17] Bendat, J. S.: Principles and Applications of Random Noise Theory. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1958.
- [18] Dietrich, G., und Kalle, K.: Allgemeine Meereskunde. Verlag Gebrüder Borntraeger, Berlin 1957.
- [19] Sverdrup, Johnson und Fleming: The Oceans. New York. Prentice-Hall, Inc., 1942.
- [20] Giloi, W., und Lauber, R.: Analogrechnen, Programmieren, Arbeitsweise und Anwendung des elektronischen Analogrechners. Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963.
- [21] Burling, J.: The Spectrum of Waves at Short Fetches. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, Hamburg, Jahrgang 12, 1959, S. 45/64 und S. 96/117.
- [22] Christoph, P.: Über die Analyse der Schlingerbewegung eines im Seegang befindlichen Schiffes, speziell durchgeführt an Schlingerregistrierkurven von V. F. S. „Gauss“. Deutsche Hydrographische Zeitschrift, Band 13, Heft 5, 1960, S. 229/53.
- [23] Blackman, R. B., und Tukey, J. W.: The Measurement of Power Spectra. Dover Publication Inc., New York, 1959.
- [24] Schmetterer, L.: Einführung in die mathematische Statistik. Springer-Verlag Wien—New York, 2. Auflage 1966.
- [25] Bennett, R. R., und Fulton, A. S.: The Generation and Measurement of Low Frequency Random Noise. Journal of Applied Physics, Vol. 22, No. 9, Sept. 1951, S. 1187/91.
- [26] Gröbner-Hofreiter: Integraltafeln.
- [27] Balchen, J. G.: Ein einfaches Gerät zur experimentellen Bestimmung des Frequenzganges von Regelungsanordnungen. Regelungstechnik, 10. Jahrgang, Mai 1962, Heft 5, S. 200/05.
- [28] Tait, D. A. G., und Skinner, M.: A Random Signal Generator. Electronic Engineering, January 1966.

SCHIFFSTECHNIK

Forschungshefte für Schiffbau und Schiffsmaschinenbau

Verlag: Schifffahrts-Verlag „Hansa“ C. Schroedter & Co., Hamburg 11, Stubbenhuk 10. Tel. S.-Nr. 36 49 81. — Schriftleitung: Prof. Dr.-Ing. Kurt Wendel, Hamburg. — Alle Zuschriften sind an den obigen Verlag zu richten. — Unaufgefordert eingesandte Manuskripte werden nur auf ausdrücklichen Wunsch zurückgesandt. — Nachdruck, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung des Verlages. — Die SCHIFFSTECHNIK erscheint fünfmal jährlich. Abonnementspreise: Inland: jährlich DM 34,90 einschl. Versandkosten und Netto-Umsatzsteuer zuzüglich Versandkosten. Abonnements-Kündigungen müssen bis spätestens einen Monat vor Ablauf des Jahres-Abonnements beim Verlag vorliegen. — Anzeigenleitung: Irmgard Dahl, Hamburg. — Anzeigenpreisliste Nr. 4. — Der Auftraggeber von Anzeigen trägt die volle Verantwortung für den Inhalt der Anzeigen. Der Verlag lehnt jede Haftung ab. — Bankkonto: Vereinsbank, Abteilung Hafen. — Postscheckkonto: Hamburg Nr. 141 87. — Höhere Gewalt entbindet den Verlag von jeder Lieferungsverpflichtung. — Erfüllungsort und Gerichtsstand Hamburg. — Druck: Schroedter & Hauer, Hamburg 1.